

Департамент образования Вологодской области
Управление образования мэрии города Череповца
Муниципальное автономное образовательное учреждение дополнительного образования
«Дворец детского и юношеского творчества имени А.А. Алексеевой»

Рассмотрено на заседании
Методического Совета
МАОУ ДО «Дворец детского
и юношеского творчества
имени А.А. Алексеевой»
(протокол № 1 от 05.09.2023 г.)

УТВЕРЖДАЮ
Директор МАОУ ДО
«Дворец детского и юношеского
творчества имени А.А. Алексеевой»
Л.В. Чебоксарова
Приказ № 462 от 05.09.2023 г.

**Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа
естественнонаучной направленности**

«МАТЕМАТИКА ДЛЯ УВЛЕЧЕННЫХ – 4»

Вариант 1

Возраст учащихся: 14-16 лет

Срок реализации: 1 год

Автор:
Медведева Валентина Германовна,
*педагог дополнительного образования
первой квалификационной категории
МАОУ ДО «Дворец детского и
юношеского творчества имени
А.А. Алексеевой»*

Череповец, 2023

БЛОК 1. «КОМПЛЕКС ОСНОВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ОБЩЕРАЗВИВАЮЩЕЙ ПРОГРАММЫ»

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Современное общество предъявляет большие требования к качеству образования подрастающего поколения. Важны не только знание определенного теоретического материала, навыки решения определенных задач, но и умение применять все полученные знания в различных ситуациях, в том числе и нестандартных. Этим обусловлена актуальность программы. Выпускнику средней школы необходимы умения мыслить, рассуждать, делать выводы, взглянуть на ситуацию с различных точек зрения, высказывать свое мнение и прислушиваться к чужому. Этому всемерно способствуют занятия в объединении «Математика».

Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Математика для увлеченных – 4» (далее Программа) имеет естественнонаучную направленность, направление деятельности – математика.

Программа разработана в соответствие с основными нормативными документами и методическими рекомендациями:

- Федеральный закон РФ «Об образовании в Российской Федерации» от 29.12.2012 г. № 273-ФЗ (ред. от 25.12.2018 г.),
- Федеральный закон РФ «О внесении изменений в Федеральный закон «Об образовании в Российской Федерации» по вопросам воспитания обучающихся» от 31.07.2020 г. № 304-ФЗ,
- Стратегия развития воспитания в Российской Федерации на период до 2025 года (Распоряжение Правительства РФ от 29.05.2015 г. № 996-р),
- Национальный проект «Образование» (утвержден Президиумом Совета при Президенте РФ по стратегическому развитию и национальным проектам, протокол № 16 от 24.12.2018 г.),
- Концепция развития дополнительного образования детей до 2030 года / утверждена Распоряжением Правительства РФ от 31.03.2022 г. № 678-р,
- Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по дополнительным общеобразовательным программам (Приказ Министерства просвещения РФ от 27 июля 2022 г. № 629),
- Санитарные правила СП 2.4.3648-20 «Санитарно-эпидемиологические требования к организации воспитания и обучения, отдыха и оздоровления детей и молодежи» (Постановление Главного государственного санитарного врача РФ от 28.09.2020 г. № 28),
- Методические рекомендации по проектированию дополнительных общеразвивающих программ (включая разноуровневые программы) (Письмо Минобрнауки РФ от 18.11.2015 г. № 09-3242),
- Целевая модель развития региональной системы дополнительного образования детей (приказ Министерства просвещения РФ от 3.09.2019 г. № 467),
- Устав МАОУ ДО «Дворец детского и юношеского творчества имени А.А. Алексеевой»,

- Локальные акты МАОУ ДО «Дворец детского и юношеского творчества имени А.А. Алексеевой», определяющие организацию образовательного процесса в учреждении.

Программа по типу модифицированная. При создании программы автором было изучено большое количество учебных пособий, рассматривающих вопросы и темы математической науки, выходящие за рамки содержания, изучаемого в образовательных школах (см. ниже «Список литературы для педагога»). Кроме того данная программа была составлена с учетом многолетнего опыта работы автора в преподавании математических дисциплин. Педагогом планируется, что учащиеся, имея знания, приобретенные на занятиях в школах, в рамках обучения по данной программе будут учиться мыслить нестандартно, применять знания в решении сложных задач, будут развивать свои коммуникативные умения в процессе рассуждения и обсуждения с другими, умения задавать вопросы и отвечать на поставленные вопросы и т.п.

Особенностью организации образовательного процесса в рамках данной программы можно считать и изучение некоторых тем в групповой форме.

Педагогическая целесообразность.

Данная программа разработана с учетом психолого-возрастных особенностей учащихся. Главный акцент делается на раскрытие, формирование, становление и развитие творческого и интеллектуального потенциала и навыков общения каждого учащегося, умение адаптироваться полученные знания в реальной ситуации, развитие коммуникативных способностей.

Основные принципы обучения:

- доступность и посильность обучения;
- постепенный переход от простого к сложному;
- систематичность обучения;
- прочное усвоение ЗУН;
- познавательный и творческий подход в обучении;
- учет индивидуальных особенностей обучающихся

Основная форма организации образовательного процесса – учебное занятие; основная форма организации деятельности детей на занятии – групповая.

Для эффективной реализации программы используются следующие педагогические технологии: развивающее обучение, проблемное обучение, рефлексивные и здоровье сберегающие технологии, информационно-коммуникационные технологии, рефлексивные технологии и др.

ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ПРОГРАММЫ

Целью данной программы является: создание условий для обеспечения прочного и сознательного овладения учащимися системой математических знаний и умений.

Задачи:

1. Овладение системой знаний, умений и навыков, предусмотренных содержанием программы.

2. Формирование представлений об идеях и методах математики, о математике, как форме описания и методе познания действительности.
3. Развитие логического и аналитического мышления.
4. Формирование устойчивого интереса к предмету.
5. Воспитание умения работать в коллективе, четко выражать и формулировать свои мысли, выслушивать других и отстаивать свою точку зрения.

Характеристики программы

Уровень освоения программы – базовый, он предполагает использование и реализацию таких форм организации материала, которые допускают освоение специализированных знаний и языка, гарантированно обеспечивают трансляцию общей и целостной картины в рамках содержательно-тематического направления программы.

Программа рассчитана на учащихся 14 – 16 лет и направлена на развитие познавательной активности учащихся и расширение математической подготовки.

Набор в группу свободный, без проведения вступительных испытаний, в группе 12-15 человек.

Срок реализации программы – 1 год.

Форма и режим занятий.

Режим занятий – 4 академических часа в неделю. 1 академический час равен 45 минутам.

Количество часов в год – 160.

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

Учебный план

№ п/п	Наименование темы программы	Количество часов		
		Всего	Теория	Практика
1.	Вводное занятие	2	1	1
2.	Делимость чисел	4	1	3
3.	Рациональные выражения	8	1	7
4.	Функции	12	2	10
5.	Уравнения, неравенства и их системы	30	4	26
6.	Логические задачи	4	1	3
7.	Олимпиадные задачи	10	-	10
8.	Элементы комбинаторики и теории вероятностей	14	4	10
9.	Геометрические задачи	30	8	22
10.	Текстовые задачи	24	4	20
11.	Последовательности	6	1	5
12.	Основы тригонометрии	10	4	6
13.	Элементы линейной алгебры.	4	2	2
14.	Итоговое занятие	2	-	2
всего		160	33	127

Содержание учебного плана

Вводное занятие.

Теория: Знакомство с программой. Знакомство с группой. Правила поведения в учреждении, ПДД, правила противопожарной безопасности.

Практика: Игры на знакомство.

Тема 1. Делимость чисел.

Теория. Натуральные и целые числа. Делимость натуральных чисел.

Признаки делимости. Простые и составные числа. Деление с остатком. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное нескольких натуральных чисел.

Практика. Решение задач.

Тема 2. Рациональные выражения.

Теория. Разложение многочлена на множители методом группировки. Формулы сокращенного умножения. Формулы разложения на множители разности и суммы кубов, разности $x^n - y^n$, $x^{2k+1} + y^{2k+1}$.

Практика. Тожественные преобразования рациональных выражений.

Тема 3. Функции.

Теория. Числовые функции. Способы задания функций. Область определения и область значений функции. Свойства функций. Элементарное исследование функции. Элементарные функции, их свойства и графики.

Практика. Построение графиков кусочно-заданных функций. Построение графиков функций, связанных с модулем. Построение графиков рациональных функций. Функции $y = \{x\}$, $y = [x]$.

Тема 4. Уравнения, неравенства и их системы

Теория. Уравнение. Исключение «посторонних» корней. Приемы решения уравнений: разложение на множители, замена переменной, возведение в степень и др. Системы уравнений. Основные методы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных. Применение графиков к решению уравнений, неравенств и их систем. Метод интервалов. Доказательство неравенств. Уравнения, неравенства и системы уравнений и неравенств с параметром. Методы решения. Нестандартные способы решения уравнений. Методы решения. Уравнения, неравенства и системы уравнений и неравенств с модулем.

Практика. Решение уравнений, неравенств, систем уравнений и неравенств.

Тема 5. Логические задачи.

Теория. Теория графов. Задачи, решаемые с помощью графов. Теория лабиринтов. НОД и НОК. Задачи на переливание, дележ, переправы при затруднительных обстоятельствах. Судоку. Какуро. Занимательные задачи.

Практика. Решение логических задач. Софизмы.

Тема 6. Олимпиадные задачи.

Практика. Решение олимпиадных задач, соответствующих изученным темам и математической подготовке учащихся.

Тема 7. Элементы комбинаторики и теории вероятностей.

Теория. Комбинаторика. Множества и операции над ними. Основные законы комбинаторики. Правило суммы. Правило произведения. Размещения. Сочетания. Перестановки. Треугольник Паскаля. Случайные события. Классическое определение вероятности.
Практика. Решение комбинаторных задач. Вычисление вероятности с помощью формул комбинаторики.

Тема 8. Геометрические задачи.

Теория. Неопределяемые понятия и аксиомы. Доказательства. Непротиворечивость системы аксиом. Исторические этапы развития геометрии: «Начала» Евклида, попытки доказательства пятого постулата, создание геометрии Лобачевского. Понятие о длине кривой. Площадь фигуры и ее свойства. Равновеликость и равносторонность фигур. Геометрические иллюзии. Геометрические софизмы. Треугольник. Свойства треугольника. Теорема Пифагора. Площадь треугольника. Теорема Герона. Четырехугольники. Окружность.
Практика. Выполнение чертежа по условию задачи. Решение геометрических задач.

Тема 9. Текстовые задачи

Теория. Задачи на движение. Равноускоренное движение. Производительность труда. Задачи на числа. Свойства чисел. Пропорция. Прогрессии. Процент.
Практика. Решение текстовых задач.

Тема 10. Последовательности.

Теория. Числовые последовательности. Способы задания числовых последовательностей. Числа Фибоначчи. Возрастающие и убывающие последовательности. Арифметическая и геометрическая прогрессии.
Практика. Нахождение суммы и членов прогрессии. Составление последовательностей.

Тема 11. Основы тригонометрии.

Теория. Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения. Формулы половинного угла. Формулы двойного угла. Синус, косинус, тангенс суммы и разности двух углов. Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму. *Практика.* Тожественные преобразования тригонометрических выражений.

Тема 12. Элементы линейной алгебры

Теория. Матрицы. Действия над матрицами. Определители. Вычисление определителей второго, третьего порядка. Системы линейных уравнений. Формулы Крамера решения систем линейных уравнений.
Практика. Сложение матриц. Умножение матрицы на число. Вычисление определителей. Применение формул Крамера для решения систем линейных уравнений.

Итоговое занятие

Практика: Подведение итогов учебного года. Контрольные задания.

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

- выполнять арифметические действия с числами (в том числе над приближенными значениями), производить прикидку и оценку результатов вычислений;
- владеть техникой тождественных преобразований целых и дробных рациональных выражений;
- строить и читать графики функций указанных в программе видов, овладеть основными приемами преобразования графиков и применять их при построении графиков;
- усвоить основные приемы решения уравнений, неравенств, систем уравнений и неравенств, решать уравнения с параметрами, сводящимися к линейным или квадратным.
- уметь вычислять вероятности событий с помощью формул комбинаторики;
- овладеть понятием последовательности и способами задания последовательностей, понятиями арифметической и геометрической прогрессий и знать их свойства;
- решать текстовые задачи методом уравнений;
- соотносить плоские геометрические фигуры и трехмерные объекты с их описаниями, чертежами, изображениями; различать и анализировать взаимное расположение фигур;
- изображать геометрические фигуры, выполнять чертеж по условию задачи;
- решать геометрические задачи, опираясь на изученные свойства планиметрических фигур и отношений между ними, применяя алгебраический и тригонометрический аппарат;
- иметь представление о применении тригонометрических формул для упрощения тригонометрических выражений;
- вычислять определители второго порядка.

В ходе реализации программы у учащихся формируются следующие универсальные учебные действия

Личностные

- понимать свои способности и то, где они будут наиболее применимы в обществе;
- уважительно относиться к чужому мнению, истории и культуре других народов.

Регулятивные

- формирование умения ставить цель учебной задачи на основе соотнесения того, что уже известно и усвоено, и того, что еще неизвестно;
- формирование умения понимать причины успеха/неуспеха учебной деятельности;
- формирование умения адекватно оценить уровень своих знаний и умений;
- контроль в форме сравнения способа действия и полученного результата.

Познавательные

- поиск необходимой информации с применением различных методов информационного поиска;
- рефлексия способов и условий действия, контроль и оценка процесса и результатов деятельности;
- структурирование знаний;
- выбор наиболее эффективных методов решения задачи в зависимости от конкретной ситуации;

- умение адекватно и полно строить речевое высказывание;
- начальное овладение логическими операциями.

Коммуникативные

- инициативное сотрудничество в поиске и сборе информации;
- формирование умения с достаточной полнотой и точностью выражать свои мысли в соответствии с задачами и целями коммуникации.

БЛОК 2. «КОМПЛЕКС ОРГАНИЗАЦИОННО-ПЕДАГОГИЧЕСКИХ УСЛОВИЙ РЕАЛИЗАЦИИ ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ОБЩЕРАЗВИВАЮЩЕЙ ПРОГРАММЫ

ФОРМЫ АТТЕСТАЦИИ И ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Контроль освоения программы производится с помощью оценочных материалов.

Блок 1. Определение теоретических знаний, практических умений обучающихся, навыка решения задач (Приложение 1).

№ п/п	Фамилия, имя обучающегося	1	2	3	количество баллов
1							

Скорость выполнения поставленных задач определяется временем, потраченным на решение конкретных задач и количеством заданий, выполненных за определенное время. Правильность выполнения поставленных задач определяется наблюдением и сравнением полученного результата с правильным. Самостоятельность выполнения поставленных задач определяется тем, что задания выполняются в одиночку или в паре. Уровень самостоятельности при выполнении задания

1 - полностью самостоятельно;

2 – с подсказкой учителем (напарником)

3 – с сообщением конкретной формулы, свойства или понятия

4 – решение по образцу

№ п/п	Фамилия, имя обучающегося	Уровень сложности задач, решенных самостоятельно				Самостоятельность выполнения работы	
		1	2	3	4	В группе	индивидуально

№ п/п	Фамилия, имя обучающегося	Уровень самостоятельности			
		1	2	3	4

Блок 2. Определение общих и профессиональных компетенций Развитие системного и логического мышления обучающегося определяется в беседе, объяснении им причины выбора именно данного метода решения, точность и обоснованность объяснения.

№ п/п	Фамилия, имя обучающегося	Анализ задачи, решения, проверки ответа		
		Низкий уровень (1-2 ситуации)	Средний уровень в 50% ситуаций	Высокий уровень в 75% ситуаций
1				

Блок 3. Уровень развития социальной воспитанности обучающихся определяются наблюдением за поведением и общением обучающегося.

№ п/п	Фамилия имя обучающегося	Отношение к себе и к людям		
		Низкий уровень	Средний уровень	Высокий уровень
1				

Программа предполагает следующие виды контроля.

Входной контроль осуществляется на первом занятии по теме или блоку и направлен на первичную диагностику уровня имеющихся у учащихся на начало обучения знаний и умений.

Текущий контроль проводится после изучения темы с целью выявления и устранения ошибок, и получения качественного результата освоения программного материала.

- В ходе беседы проверяются знания, полученные по мере изучения темы;
- Во время занятий педагог наблюдает за выполнением практических заданий, дает пояснение, исправляет ошибки;
- В конце изучения темы или отдельных занятий проводится анализ выполнения практических заданий.

Итоговый контроль проводится в конце обучения, с целью выявления результатов освоения программы. Форма проведения итогов реализации программы: итоговое занятие.

Эффективность реализации программы отслеживается посредством модели мониторинга результативности образовательной деятельности учащегося, ориентированной на задачи программы.

№	Параметры	Критерии	Показатели	Методы
1	Система знаний, умений и навыков	Соответствие теоретических знаний и практических умений и навыков содержанию программы	Результативность выполнения: • проверочных, самостоятельных, контрольных работ тестов Овладение первичными представлениями об идеях и методах математики	анализ качества практических работ, выполнение тестовых и проверочных работ.
2	Общие и профессиональные компетенции	Развитие логического мышления Формирование устойчивого интереса к предмету	Способность проанализировать условие задачи и составить план решения Выполнение творческих заданий Проявление интереса	педагогическое наблюдение за работой учащихся

			к особенностям математики и ее связей с другими предметами	
3	Социальная воспитанность	Социальная активность, соблюдение общепринятых норм и правил	Умение работать в группе	педагогическое наблюдение, результаты психолого-педагогических методик и тестов

Периодичность проведения мониторинговых процедур: по первому параметру – после прохождения каждой темы, по второму параметру – каждый месяц, по третьему параметру – 2 раза в год.

Мониторинг результативности образовательной и развивающей деятельности учащихся осуществляется через педагогическое наблюдение за работой детей, анализ качества практических работ, выполнение тестовых и проверочных работ.

Мониторинг результативности достижения воспитательных задач осуществляется через педагогическое наблюдение и по результатам психолого-педагогических методик и тестов. Результаты фиксируются в журнале динамики развития и личностного роста ребенка (журнал мониторинга).

Основными формами подведения итогов реализации программы являются самостоятельные, проверочные, контрольные работы.

ВОСПИТАТЕЛЬНЫЙ КОМПОНЕНТ ПРОГРАММЫ

Воспитательная работа в рамках данной дополнительной общеразвивающей программы направлена на создание условий для формирования и развития приоритета общечеловеческих ценностей, воспитание любви к Родине, интереса к математике, культуры поведения и культуры общения. Кроме того, воспитательная работа формирует у учащихся сознательное отношение к своей жизни, окружающим людям и явлениям, способствует гуманизации отношений внутри коллектива, а также позволяет объединить детей в рамках общих мероприятий.

Воспитательный компонент программы реализуется на следующих уровнях: на учебных занятиях:

- с первых занятий педагог создает условия для установления доверительных отношений между взрослым и учащимися, способствующих позитивному восприятию учащимися требований и просьб педагога.
- учащиеся знакомятся с законами жизни в детском объединении, правилами общения со старшими (педагогами) и сверстниками (учащимися), принципами учебной дисциплины и самоорганизации.
- в ходе занятий внимание учащихся обращается к ценностному аспекту изучаемых на занятии явлений, ситуаций, инициируется их обсуждение и анализ, взаимосвязь с изученными ранее темами, явлениями окружающего мира;
- с целью создания условий для самореализации детей на занятиях используются исследовательские элементы, стимулирующие инициативность и активность детей;

профориентационные элементы, показывающие взаимосвязь изучаемых тем с определенными профессиями; моральное поощрение инициативы и творчества; продуманное сочетание индивидуальных, групповых и коллективных форм деятельности для создания благоприятных социально-психологических условий межличностного общения. Исследовательская деятельность помогает поддержать мотивацию детей к получению знаний, налаживанию позитивных межличностных отношений в коллективе, помогает установлению доброжелательной атмосферы во время занятия. Элементы профориентационной деятельности позволяют увидеть не только практическое применение математики в жизни, но и в определенной профессии.

– Каждый учащийся на занятиях находится в активной, деятельностной позиции – он не просто слушатель, не сторонний наблюдатель, а непосредственный участник процесса, вникающий во все детали работы.

– На учебных занятиях используется принцип передачи знаний «от учителя к ученику» и «от ученика к ученику». Организация помощи более слабым (в математической подготовке) дает учащимся социально-значимый опыт сотрудничества и взаимной помощи.

участие в жизни Дворца:

– знакомство учащихся с нормами и правилами совместной жизнедеятельности поведения в учреждении;

– участие объединения в ключевых культурно-образовательных событиях и социально-значимых акциях Дворца;

– участие отдельных учащихся в проведении занятий (части занятий) в младших группах;

– членство в Совете Дворца.

работа с родителями:

Родители учащихся привлекаются в жизнь объединения. Работа с родителями направлена на формирование у учащихся ценностных представлений о семейных ценностях, традициях, культуре семейной жизни.

– индивидуальная работа с родителями;

– родительские собрания в объединении.

УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ

Материально-техническое обеспечение

Для организации занятий необходимо: учебный кабинет, доска меловая или маркерная, белый и цветной мел или черный и цветные маркеры, магниты для фиксации таблиц, схем и т.д., компьютер, учебные столы, стулья.

Кадровое обеспечение

Программа реализуется педагогом дополнительного образования, имеющим высшее педагогическое образование. Педагог, реализующий программу, обладает необходимыми знаниями, умениями, навыками, соответствующими профилю программы.

Методическое обеспечение программы

1. Формы проведения занятий

Формы проведения занятий зависят от возраста учащихся и изучаемой темы. Они включают:

- групповые и индивидуальные занятия,
- игровые занятия,
- семинар, конференция,
- домашняя самостоятельная работа,
- занятия, проводимые учащимися.

2. Методы и приемы:

Методы и приемы различаются в зависимости от возраста учащихся

Методы организации учебно-познавательной деятельности:

методы словесные:

- объяснение, разъяснение, рассказ, беседа
- дискуссия (элементы дискуссии применяются при анализе решения задачи, условия, выбора эффективного пути решения),
- лекция;

методы наглядные:

- демонстрация,
- иллюстрация;

методы практические.

- упражнения,
- выступление,
- реферирование;

методы стимулирования учебно-познавательной деятельности:

- создание проблемной ситуации,
- создание ситуации успеха в учебных дискуссиях,
- рефлексия,
- управление самостоятельной работой учащихся;

методы контроля за эффективностью учебно-познавательной деятельности:

- устный, индивидуальный,
- наблюдение за работой учащегося,
- письменный,
- фронтальный.

3. Педагогические технологии:

развивающее обучение, проблемное обучение, рефлексивные и здоровье сберегающие технологии, информационно-коммуникационные технологии и др.

- уровневая дифференциация это организация учебной деятельности учащихся по условным микрогруппам, члены которых близки (сходны) по способностям, интересам, навыкам и умениям в изучении учебного материала, а иногда по психическому состоянию;

- Технология развития критического мышления - организация учебной деятельности так, чтобы создать такую атмосферу учения, при которой учащиеся сознательно с педагогом активно работают, сознательно размышляют над процессом обучения, отслеживают, подтверждают, опровергают или расширяют знания, новые идеи, чувства или мнения об окружающем мире. Основа технологии – трёхфазовая структура урока: вызов, осмысление, рефлексия;

- Здоровьесберегающие образовательные технологии – организация учебной деятельности, направленная на создание условий для укрепления и развития как психического, так и физического здоровья учащихся и воспитанников с на научность, креативность, личностно – ориентированную деятельность и системность;
- Информационно-коммуникативная технология — это педагогическая технология, использующая специальные программные и технические средства для доступа к различным информационным источникам (электронным, печатным, инструментальным, людским) и инструментам совместной деятельности, направленные на получение конкретного результата

**ОРГАНИЗАЦИОННО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ И МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ
РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ**

№	Тема	Форма организации занятий	Приемы и методы	Средства обеспечения	Форма подведения итогов
	Вводное занятие			Инструкции по технике безопасности	тест
	Делимость чисел	Индивидуальная, групповая, самостоятельная работа	создание проблемной ситуации, рефлексивные вопросы, рефлексивные предложения, управление самостоятельной работой учащихся, объяснение, упражнения, выступление	Специальная литература ([4], [7], [10], [12] и др.), раздаточный материал	Проверочные, самостоятельные работы, индивидуальные задания дифференцируемой сложности
	Рациональные выражения	Индивидуальная, групповая, самостоятельная работа	объяснение, разъяснение, упражнения, лекция, наблюдение за работой учащегося, рефлексивные вопросы	Специальная литература ([4], [7], [10] и др.), раздаточный материал	Проверочные, самостоятельные работы, индивидуальные задания дифференцируемой сложности
	Функции	Индивидуальная, групповая, самостоятельная работа	создание проблемной ситуации, рефлексивные вопросы, рефлексивные предложения, управление самостоятельной работой учащихся, объяснение, упражнения, выступление	Специальная литература ([5], [6], [7], [9] и др.), раздаточный материал	Проверочные, самостоятельные работы, индивидуальные задания дифференцируемой сложности
	Уравнения, неравенства и их системы	Индивидуальная, групповая, самостоятельная работа	объяснение, разъяснение, упражнения, лекция, наблюдение за работой учащегося, рефлексивные вопросы	Специальная литература ([5], [7], [59], [48] и др.), раздаточный материал	Проверочные, самостоятельные работы, индивидуальные задания дифференцируемой сложности
	Логические задачи	индивидуальная домашняя самостоятельная работа	Разъяснение, объяснение, упражнения. Эмоциональное стимулирование: похвала, одобрение. Рефлексивные	Специальная литература ([39], [49], [51-58] и др.), раздаточный материал	Олимпиады, конкурсы, проверочные работы

			методы: рефлексивные вопросы, незаконченные предложения		
	Олимпиадные задачи	Индивидуальная, групповая, самостоятельная работа	Дискуссия, создание ситуации успеха в учебных дискуссиях, управление самостоятельной работой учащихся	Специальная литература ([17], [59], [62] и др.), раздаточный материал	Индивидуальные задания дифференцируемой сложности
	Элементы комбинаторики и теории вероятностей	Индивидуальная, групповая, самостоятельная работа	объяснение, разъяснение, упражнения, лекция, наблюдение за работой учащегося, рефлексивные вопросы	Специальная литература ([5], [39], [59] и др.), раздаточный материал	Проверочные, самостоятельные работы, индивидуальные задания дифференцируемой сложности
	Геометрические задачи	Индивидуальная, групповая, самостоятельная работа	создание проблемной ситуации, рефлексивные вопросы, рефлексивные предложения, управление самостоятельной работой учащихся, объяснение, упражнения, дискуссия	Специальная литература ([13], [50], [53] и др.), раздаточный материал	Проверочные, самостоятельные работы, индивидуальные задания дифференцируемой сложности
	Олимпиадные задачи	Индивидуальная, групповая, самостоятельная работа	Дискуссия, создание ситуации успеха в учебных дискуссиях, управление самостоятельной работой учащихся	Специальная литература ([17], [59], [62] и др.), раздаточный материал	Индивидуальные задания дифференцируемой сложности
	Текстовые задачи	Индивидуальная, групповая, самостоятельная работа	создание проблемной ситуации, рефлексивные вопросы, рефлексивные предложения, управление самостоятельной работой учащихся, объяснение, упражнения, выступление	Специальная литература ([7], [10], [13], [62] и др.), раздаточный материал	Проверочные, самостоятельные работы, индивидуальные задания дифференцируемой сложности
	Последовательности	Индивидуальная, групповая, самостоятельная работа	Дискуссия, создание ситуации успеха в учебных дискуссиях, управление самостоятельной работой учащихся	Специальная литература ([5], [9], [7], [10], [13] и др.), раздаточный материал	Проверочные, самостоятельные работы, индивидуальные задания дифференцируемой сложности

	Основы тригонометрии	индивидуальная домашняя самостоятельная работа	Разъяснение, объяснение, упражнения. Эмоциональное стимулирование: похвала, одобрение. Рефлексивные методы: рефлексивные вопросы, незаконченные предложения	Специальная литература ([5], [9], [7], [10], [13] и др.), раздаточный материал	Проверочные, самостоятельные работы, индивидуальные задания дифференцируемой сложности
	Элементы линейной алгебры	Индивидуальная, групповая работа	Дискуссия, создание ситуации успеха в учебных дискуссиях, управление самостоятельной работой учащихся, лекция	Специальная литература ([14], [59] и др.), раздаточный материал	Индивидуальные задания дифференцируемой сложности

Организация образовательного процесса в дистанционном формате

В случае необходимости (карантинные мероприятия, вынужденное дистанцирование) реализация дополнительной общеразвивающей программы может осуществляться в дистанционном формате с применением информационно-телекоммуникационных сетей при опосредованном (на расстоянии) взаимодействии учащихся и педагога.

Для организации эффективного процесса обучения, реализации учебного плана программы активно используются педагогом следующие электронные каналы взаимодействия с учащимися:

- группа детского объединения в социальной сети Вконтакте (создана педагогом),
- беседы в социальной сети Вконтакте для разных групп учащихся (созданные педагогом),
- группа учреждения в социальной сети Вконтакте,
- раздел «Дистанционное обучение» на официальном сайте учреждения,
- электронная почта в сети Интернет,
- сервисы для проведения видеоконференций, онлайн-встреч,
- общение по телефону.

При организации образовательного процесса с применением дистанционных образовательных технологий учитываются возрастные особенности учащихся. В группах учащихся младшего школьного возраста обучение, взаимодействие с детьми проходит с привлечением помощи родителей.

Педагог при проведении онлайн-занятия соблюдает следующие требования: продолжительность онлайн-занятия, а также время самостоятельной работы младших школьников за компьютером, планшетом или другим электронным носителем не должна превышать 30 минут (для обучающихся 8-9 классов).

Структура учебного занятия в дистанционном формате содержит основные компоненты, что и занятие в очной форме. При проведении занятия в дистанционном формате в водной его части педагогом обозначаются правила работы и взаимодействия (педагог объясняет учащимся технические особенности работы и правила обмена информацией). В процессе занятия педагог дает инструкции выполнения заданий. В конце занятия используется контроль усвоения знаний учащимися.

Для изучения нового материала, закрепления и обобщения изученного материала используются:

- разработанные педагогом презентации с текстовым комментарием,
- самостоятельно созданные педагогом видеоуроки,
- тексты,
- художественные и научные фильмы,
- online-занятие,
- online-консультация,
- материалы доступных образовательных интернет-ресурсов,
- инструкции по выполнению практических заданий,
- дидактические материалы/ технологические карты,
- и др.

Для контроля и оценки результатов обучения используются контрольные задания, опросы, тесты, предусмотренные в каждом разделе программы. Выполненные

учащимися контрольные задания, опросы и тесты отправляются на электронную почту педагога или размещаются на указанных ресурсах в сети Интернет в текстовом или фото-формате. Обратную связь по контролю педагог дает учащимся в виде текстовых или аудио-рецензий, устных онлайн-консультаций.

Для решения воспитательных задач программы в образовательный процесс включаются задания по участию учащихся в социально значимых мероприятиях различного уровня, организованных в дистанционном режиме.

КАЛЕНДАРНЫЙ УЧЕБНЫЙ ГРАФИК

№ п/п	Месяц	Тема занятия	Форма занятия	Кол-во часов	Место проведения	Форма контроля
1	сентябрь	Вводное занятие	лекция	2	Кабинет, аудитория	тест
2	сентябрь	Делимость чисел	аудиторное	4	Кабинет, аудитория	Анализ работ учащихся
3	сентябрь	Рациональные выражения	аудиторное	8	Кабинет, аудитория	Самостоятельные, проверочные, работы
4	сентябрь	Функции	аудиторное	2	Кабинет, аудитория	Самостоятельные, проверочные, работы
4	октябрь	Функции	аудиторное	10	Кабинет, аудитория	Самостоятельные, проверочные, работы
5	октябрь	Уравнения, неравенства и их системы	аудиторное	6	Кабинет, аудитория	Самостоятельные, проверочные, работы
5	ноябрь	Уравнения, неравенства и их системы	аудиторное	16	Кабинет, аудитория	Самостоятельные, проверочные, работы
5	декабрь	Уравнения, неравенства и их системы	аудиторное	8	Кабинет, аудитория	Самостоятельные, проверочные, работы
6	декабрь	Логические задачи	аудиторное	4	Кабинет, аудитория	Анализ работ учащихся
7	декабрь	Олимпиадные задачи	аудиторное	4	Кабинет, аудитория	Анализ работ учащихся

8	январь	Элементы комбинаторики и теории вероятностей	аудиторное	14	Кабинет, аудитория	Анализ работ учащихся
9	январь	Геометрические задачи	аудиторное	2	Кабинет, аудитория	Самостоятельные, проверочные, работы
9	февраль	Геометрические задачи	аудиторное	16	Кабинет, аудитория	Самостоятельные, проверочные, работы
9	март	Геометрические задачи	аудиторное	12	Кабинет, аудитория	Самостоятельные, проверочные, работы
10	март	Олимпиадные задачи	аудиторное	4	Кабинет, аудитория	Анализ работ учащихся
10	апрель	Олимпиадные задачи	аудиторное	2	Кабинет, аудитория	Анализ работ учащихся
11	апрель	Текстовые задачи	аудиторное	14	Кабинет, аудитория	Самостоятельные, проверочные, работы
11	май	Текстовые задачи	аудиторное	10	Кабинет, аудитория	Самостоятельные, проверочные, работы
12	май	Последовательности	аудиторное	6	Кабинет, аудитория	Самостоятельные, проверочные, работы
13	июнь	Основы тригонометрии	аудиторное	10	Кабинет, аудитория	Анализ работ учащихся
14	июнь	Элементы линейной алгебры	аудиторное	4	Кабинет, аудитория	Анализ работ учащихся
15	июнь	Итоговое занятие	аудиторное	2	Кабинет, аудитория	Контрольные задания
Итого				160 часов		

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ ДЛЯ ПЕДАГОГА

1. Альхова З.Н., Макеева А.В. Внеклассная работа по математике. – Саратов: Лицей, 2003.

2. Аменицкий Н.Н., Сахаров И.П. Забавная арифметика. – М.: Наука Главная редакция физико-математической литературы, 1991.
3. Балк М.Б., Балк Г.Д. Математика после уроков. Пособие для учителей. - М., Просвещение, 1979.
4. Виленкин Н.Я., Сурвилло Г.С., Симонов А.С., Кудрявцев А.И. Алгебра для 8 класса: Учеб. пособие для учащихся шк. и классов, с углубл. изуч. математики/ Под ред. Н. Я. Виленкина. - М.: 2010. - 368 с.
5. Виленкин Н.Я., Сурвилло Г.С., Симонов А.С., Кудрявцев А.И. Алгебра для 9 класса: Учеб. пособие для учащихся шк. и классов, с углубл. изуч. математики/ Под ред. Н. Я. Виленкина.— 7-е изд. - М.: 2006. - 368 с.
6. Виленкин Н.Я., Мордкович А. Г. Пределы, непрерывность. Пособие для учителей. - М., Просвещение, 1977.
7. Галицкий М.Л., Гольдман А.М., Звавич Л.И. - Сборник задач по алгебре: учебное пособие для 8-9 кл. с углубленным изучением математики. - М.: Просвещение, 2001. – 271с.
8. Гарднер М Математические головоломки и тайны – М.: Наука Главная редакция физико-математической литературы, 1986.
9. Гурский И.П. Функции и построения графиков. Пособие для учителей. Изд. 3-е испр. и доп. - М., Просвещение, 1968.
10. Егерев В.К. и др. Сборник задач по математике для поступающих в вузы/ Под ред. И.М. Сканава. – К.:Канон, 1997.
11. Иванов О.А. Задачи по алгебре и началам анализа. – СПб.: БХВ – Петербург, 2005.
12. Избранные вопросы математики. 8кл. Факультативный курс. М.: Просвещение, 1979.
13. Избранные вопросы математики. 9кл. Факультативный курс. М.: Просвещение, 1979
14. Избранные вопросы математики. 10кл. Факультативный курс. М.: Просвещение, 1979
15. Кордемский Б.А. Русалев Н.В. Удивительный квадрат – М.: АО Столетие, 1994
16. Куликов А.Н. Задачи, ребусы, головоломки стран мира. М.: Пилигрим, 1997.
17. Лихтарников Л.М. Сукачева Т.Г. Математическая логика/ Курс лекций. – СПб: «Лань», 1998.
18. Мир математики в 40т. Т.1: Ф. Корбалан. Золотое сечение. Математический язык красоты./ Пер. с англ. - М.: Де Агостини, 2014. – 160 с.
19. Мир математики в 40т. Т.2: Ж. Гомес. Математики, шпионы и хакеры. Кодирование и криптография./ Пер. с англ. - М.: Де Агостини, 2014. – 144 с.
20. Мир математики в 40т. Т.3: Э. Грасиан. Простые числа. Долгая дорога к бесконечности./ Пер. с англ. - М.: Де Агостини, 2014. – 144 с.
21. Мир математики в 40т. Т.4: Ж. Гомес. Когда прямые искривляются. Неевклидовы геометрии./ Пер. с англ. - М.: Де Агостини, 2014. – 160 с.
22. Мир математики в 40т. Т.5: К. Альсина. Секта чисел. Теорема Пифагора./ Пер. с англ. - М.: Де Агостини, 2014. – 160 с.
23. Мир математики в 40т. Т.6: Р. Ибаньес. Четвертое измерение. Является ли наш мир тенью другой Вселенной./ Пер. с англ. - М.: Де Агостини, 2014. – 160 с.
24. Мир математики в 40т. Т.7: Х. Наварро. Секреты числа Пи. Почему неразрешима задача о квадратуре круга./ Пер. с исп. - М.: Де Агостини, 2014. – 144 с.

25. Мир математики в 40т. Т.8: Х. Деулофеу. Дилемма заключенного и доминантные стратегии. Теория игр./ Пер. с исп. - М.: Де Агостини, 2014. –144 с.
26. Мир математики в 40т. Т.9: А. Виолант-и-Хольц. Загадка Ферма. Трехвековой вызов математике./ Пер. с исп. - М.: Де Агостини, 2014. –160 с.
27. Мир математики в 40т. Т.10: М. И. Бинимелис Басса. Новый взгляд на мир. Фрактальная геометрия./ Пер. с исп. - М.: Де Агостини, 2014. –144 с.
28. Мир математики в 40т. Т.11: К. Альсина. Карты метро и нейронные сети. Теория графов./ Пер. с исп. - М.: Де Агостини, 2014. –144 с.
29. Мир математики в 40т. Т.12: Х. Арбонес, П. Милруд. Числа - основа гармонии. Музыка и математика./ Пер. с исп. - М.: Де Агостини, 2014. –164 с.
30. Мир математики в 40т. Т.13: П. Грима. Абсолютная точность и другие иллюзии. Секреты статистики./ Пер. с исп. - М.: Де Агостини, 2014. –148 с.
31. Мир математики в 40т. Т.14: А. Дуран. Истина в пределе. Анализ бесконечно малых./ Пер. с исп. - М.: Де Агостини, 2014. – 144 с.
32. Мир математики в 40т. Т.15: Б. Торра. От абака к цифровой революции. Алгоритмы и вычисления./ Пер. с исп. - М.: Де Агостини, 2014. – 160 с.
33. Мир математики в 40т. Т.16: Ф. Мартин Касальдеррей. Обман чувств. Наука о перспективе./ Пер. с исп. - М.: Де Агостини, 2014. – 160 с.
34. Мир математики в 40т. Т.17: Х. Наварро. Зазеркалье. Симметрия в математике./ Пер. с исп. - М.: Де Агостини, 2014. – 176 с.
35. Мир математики в 40т. Т.18: Э. Грасиан. Открытие без границ. Бесконечность в математике./ Пер. с исп. - М.: Де Агостини, 2014. – 144с.
36. Мир математики в 40т. Т.19: Л. Арताल, Ж. Салес. Ипотека и уравнения. Математика в экономике./ Пер. с исп. - М.: Де Агостини, 2014. – 160 с.
37. Мир математики в 40т. Т.20: М. Альберти. Творчество в математике. По каким правилам ведутся игры разума./Пер. с исп.– М.: Де Агостини, 2014. – 160 с.
38. Мир математики в 40т. Т.21: Л. Гарсия дель Сид. Замечательные числа. Ноль, 666 и другие бестии./ Пер. с исп. - М.: Де Агостини, 2014. – 160 с.
39. Мир математики в 40т. Т.22: Х. Фресан. Сон разума. Математическая логика и ее парадоксы./ Пер. с исп. - М.: Де Агостини, 2014. – 144с.
40. Мир математики в 40т. Т.23: К. Альсина. Тысяча граней геометрической красоты. Многогранники./ Пер. с исп. - М.: Де Агостини, 2014. – 144 с.
41. Мир математики в 40т. Т.24: Ф. Корбалан, Х. Санц. Укрощение случайности. Теория вероятностей./ Пер. с исп. - М.: Де Агостини, 2014. – 160 с.
42. Мир математики в 40т. Т.25: Х. Наварро. Неуловимые идеи и вечные теоремы. Великие задачи математики./ Пер. с исп. - М.: Де Агостини, 2014. – 160 с.
43. Мир математики в 40т. Т.26: Р. Ибаньес. Мечта об идеальной карте. Картография и математика./ Пер. с исп. - М.: Де Агостини, 2014. – 176 с.
44. Мир математики в 40т. Т.27: А. Дуран. Поэзия чисел. Прекрасное и математика./ Пер. с исп. - М.: Де Агостини, 2014. – 160 с.
45. Мир математики в 40т. Т.28: Р. Лаос-Бельтра. Математика жизни. Численные модели в биологии и экологии./ Пер. с исп. - М.: Де Агостини, 2014. – 160 с.
46. Мир математики в 40т. Т.29: Ж. Салес, Ф. Баньюлс. Таинственные кривые. Эллипсы, гиперболы и другие математические чудеса./ Пер. с исп. - М.: Де Агостини, 2014. – 160 с.
47. Мир математики в 40т. Т.30: Р. М. Рос. Музыка сфер. Астрономия и математика./ Пер. с исп. - М.: Де Агостини, 2014. – 176 с.

48. Мордкович А.Г. Беседы с учителями математики: Учеб.-метод. пособие/А.Г.Мордкович. – М.: ООО «Издательский дом «Оникс 21 век»: ООО «Издательство « Мир и Образование», 2005.
49. Олехник С.Н., Нестеренко Ю.В., Потапов М.К. Старинные занимательные задачи. М.: Наука Главная редакция физико-математической литературы, 1985.
50. Паповский В.М. Углубленное изучение геометрии в 10-11 кл.: Кн. для учителя. - М., Просвещение, 1993.
51. Перельман Я.И. Занимательная алгебра – М.: АО Столетие, 1994
52. Перельман Я.И. Занимательная арифметика – М.: АО Столетие, 1994
53. Перельман Я.И. Занимательная геометрия – М.: АО Столетие, 1994.
54. Перельман Я. И. Веселые задачи. Две сотни головоломок. – М.: АСТ, АстрельАванта+, 2013. – 796 с.
55. Перельман Я. И. Головоломки. Выпуск 1. Веселые задачи. – М.: АСТ, Астрель, 2008. – 420 с.
56. Перельман Я. И. Головоломки. Выпуск 2. Веселые задачи. – М.: АСТ, 2007.
57. Перельман Я. И. Живая математика. Математические рассказы и головоломки. – М.: АСТ, Астрель, Аванта+, 2007. – 956 с.
58. Перельман Я.И. Занимательная арифметика – М.: АО Столетие, 1994
59. Перельман Я.И. Занимательная геометрия – М.: АО Столетие, 1994. Астрель, 2008. – 426 с.
60. Перельман Я. И. Математика для любознательных (сборник). – М.: РИМИС, 2008. – 420 с.
60. Рурукин А.Н. пособие по математике. Интенсив.-М.: «ВАКО», 2006.
62. Сингх С. Книга шифров: тайная история шифров и их расшифровки./ пер. с англ. А. Галыгина. - М.: АСТ: Астрель, 2007. – 447 с.
63. Селевко Г.К. Технологии развивающего образования. М.: НИИ школьных технологий, 2005.
64. Штейнгауз Г. Сто задач М. Наука Главная редакция физико-математической литературы, 1959

Психолого-педагогические источники

1. Гусев В. А., Гусев В. М., Гусев В.А. Психолого-педагогические основы обучения математике. Уч. пос. Издательство: Издательство "Академия /Academia", 2003. – 435.
2. Гусев В.А., Орлов В.В., Панчишкина В.А. Методика обучения геометрии. М.: Издательство: Академия, 2004. – 369.
3. Давыдов В.В. Виды обобщения в обучении: Логико-психологические проблемы построения учебных предметов. М.: Изд-во Педагогическое общество России, 2000. — 480 с.
4. Посохова С.Т. - Справочник практического психолога. Психодиагностика. М.: Изд-во: АСТ Сова (СПб), 2006.- 671 с.
5. Психология. Немов Р.С. Кн. 1. Общие основы психологии. 2003, 4-е изд., 688с.
6. Психология. Немов Р.С. Кн. 2. Психология образования. 2004, 4-е изд., 496с.
7. Психология. Немов Р.С. Кн. 3. Психодиагностика. 2005, 4-е изд., 640с.
8. Рогановский Н.М., Рогановская Е.Н. Методика преподавания математики в средней школе, часть 1. – М.: Изд-во: МГУ им А.А. Кулешова, 2010. - 312.
9. Рогановский Н.М., Рогановская Е.Н. Методика преподавания математики в средней школе, часть 2. – М.: Изд-во: МГУ им А.А. Кулешова, 2010. - 312.

10. Рослова Л.О. Методика преподавания наглядной геометрии учащимся 5-6 классов. М.: Педагогический университет «Первое сентября», 2009.
11. Слостенин В.А. и др. Педагогика: Учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / В. А. Слостенин, И. Ф. Исаев, Е. Н. Шиянов; Под ред. В.А. Слостенина. - М.: Издательский центр "Академия", 2002. - 576 с.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ

1. Беллос А. Красота в квадрате. Как цифры отражают жизнь и жизнь отражает цифры. М.: - Издательство: «Манн, Иванов и Фербер», 2015.
2. Бунимович Е.А., Булычев В.А. Вероятность и статистика. 5-9 кл. М.: Дрофа, 2002.
3. Гарднер М Математические головоломки и тайны – М.: АСТ, Зебра Е, 2010.
4. Литвак Н., Райгородский А. Кому нужна математика? Понятная книга о том, как устроен цифровой мир. М.: - Издательство: «Манн, Иванов и Фербер», 2017.
5. Перельман Я.И. Занимательная алгебра – М.: АО Столетие, 2010.
6. Перельман Я.И. Занимательная геометрия – М.: АО Столетие, 1994.
7. Перельман Я.И. Живая математика. М.: Издательский Дом Мещерякова, 2013.
8. Стюарт И. Величайшие математические задачи: Издательство: М.: Альпина нон-фикшн, 2015.
9. Успенский В. А. Апология математики (сборник). С.-П. Издательство: Амфора Серия: Новая Эврика, 2009.
10. Энциклопедия для детей. Т 11. Математика/ Глав .ред. М.Д. Аксёнова. М.:Аванта+, 2003

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Геометрические задачи, разделенные на уровни сложности, по теме «Трапеция»

Уровень 1.

1. Около трапеции, один из углов которой равен 44° , описана окружность. Найдите остальные углы трапеции.
2. Найдите площадь трапеции, диагонали которой равны 13 и 5, а средняя линия равна 6

Уровень 2

1. Основания трапеции относятся как 1:2. Через точку пересечения диагоналей проведена прямая, параллельная основаниям. В каком отношении эта прямая делит площадь трапеции?
2. В точке пересечения двух окружностей с радиусами 4 и 8 касательные к ним взаимно перпендикулярны. Вычислите площадь фигуры O_1ABO_2 , где AB - общая касательная к окружностям, а O_1 и O_2 - их центры.

Уровень 3

1. Диагонали AC и BD трапеции $ABCD$ пересекаются в точке E . Найти площадь трапеции, если площадь $\triangle AED$ равна 9, а точка E делит одну из диагоналей в отношении 1:3.
2. В трапеции $ABCD$ длины оснований равны a и b . Прямая, параллельная основаниям трапеции, разбивает трапецию на две части, площади которых относятся как 2:3. Найдите длину отрезка этой прямой, заключенной внутри трапеции.

Уровень 4

1. Боковые стороны AB и CD трапеции $ABCD$ равны соответственно 18 и 30, а основание BC равно 3. Биссектриса угла ADC проходит через середину стороны AB . Найдите площадь трапеции.
2. В трапеции $ABCD$ основания AD и BC равны соответственно 28 и 4, а сумма углов при основании AD равна 90° . Найдите радиус окружности, проходящей через точки A и B и касающейся прямой CD , если $AB=15$.

Пример занятия, проводимого в дистанционном формате (материал, рассылаемый учащимся)

Тема занятия: Геометрическая прогрессия

Тип занятия: закрепление знаний

Цель занятия: продолжить формировать понятие геометрической прогрессии

Задачи: 1. продолжить отрабатывать практические навыки работы с задачами по теме геометрическая прогрессия

2. Повышение интереса к предмету

3. развитие навыков самостоятельной работы

Организационная структура занятия

1. организационный этап

2. постановка формируемых результатов и задач занятия

3. повторение изученного материала (рассмотрение формул, видеоматериал)

4. актуализация знаний. Разбор конкретных заданий

5. Мотивационный компонент. Применение знаний на практике.

6. Домашнее задание

Геометрическая прогрессия

Ребята! Сегодня мы с вами изучаем (или повторяем) такую важную тему, как геометрическая прогрессия. С ней человечество на практике встречалось постоянно, и достаточно часто, в неблагоприятных ситуациях.

Например, обычные домовые или полевые мыши, уничтожающие урожай, за год приносят 5-10 приплодов по 3-12 детёнышей в каждом, половой зрелости они достигают через месяц после рождения, а беременность длится 19—21 день. Таким образом, от одной пары получаем 100 детёнышей. Одна мышь съедает 3 грамма зерна в сутки, а портит в 10 раз больше. Попробуйте подсчитать сколько зерна перепортит и съест полсотни мышек, запертых в амбаре и защищенных его стенами от хищников. Мыши нередко становились причиной голода, от которого вымирали селения.

От чумы, оспы и других болезней умирало семь- девять человек из 10. Наиболее массовую смертность пандемия чумы принесла в середине XIV века, прокатившись по всей Евразии и унеся по самым скромным подсчетам историков жизни 60 млн. человек. Во все последующие века также наблюдались крупные вспышки чумы, последняя из которых была отмечена в 1910-1911 годах в северо-восточной части Китая.

Эти и многие другие процессы описываются геометрической прогрессией. Но нельзя связывать прогрессию только с неблагоприятными ситуациями. Например, при денежных вкладах в банк, полученная в итоге сумма рассчитывается именно геометрической прогрессией. Результаты рекламной компании (как и слухи) распространяется в обществе именно по такому правилу.

На этом занятии вы познакомитесь с простейшими задачами по теме. Выполнение задач группы 1-5 обязательно. Подобные задания входят в ОГЭ первая часть, решения и ответы высылайте на электронную почту ddut_maths@rambler.ru. Телефон для связи +7921*****

Цель занятия: научиться решать задачи по теме «Геометрическая прогрессия»

Так же вашему вниманию предложены задачи более сложные, входящие в группу б.

Тем, кто увлечен математикой, будут интересны задачи, описывающие реальные ситуации.

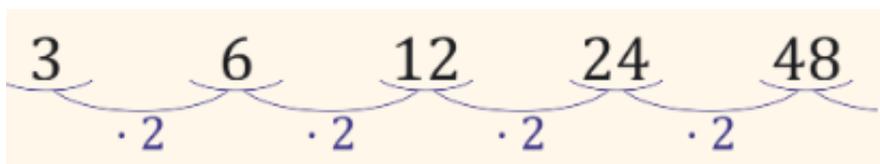
I. Изучите необходимую теорию и формулы по теме.

Основная теория и формулы

Определение: Геометрической прогрессией называют числовую последовательность (b_n) , каждый следующий член которой получается из предыдущего умножением его на постоянное число, не равное нулю.

Это число называют знаменателем геометрической прогрессии и обозначают буквой q .

Например, последовательность 33; 66; 1212; 2424; 4848... является геометрической прогрессией, потому что каждый следующий элемент отличается от предыдущего в два раза (иначе говоря, может быть получен из предыдущего умножением его на два):



Как и любую последовательность, геометрическую прогрессию обозначают маленькой латинской буквой. Числа, образующие прогрессию, называют ее членами (или элементами). Их обозначают той же буквой, что и геометрическую прогрессию, но с числовым индексом, равным номеру элемента по порядку.

Если в геометрической прогрессии (b_n) известен первый член b_1 и знаменатель q , то возможно найти любой член прогрессии.

$$b_2 = b_1 \cdot q;$$

$$b_3 = b_2 \cdot q = b_1 \cdot q \cdot q = b_1 \cdot q^2;$$

$$b_4 = b_1 \cdot q^3$$

и т. д.

Общий член геометрической прогрессии b_n можно вычислить, используя формулу:

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}, \text{ где}$$

n — порядковый номер члена прогрессии,

b_1 — первый член последовательности,

q — знаменатель.

Сумма первых n членов геометрической прогрессии

Сумму первых n членов геометрической прогрессии S_n можно найти, если вычислить её члены b_1, b_2, \dots, b_n и затем их значения сложить.

Вычисляя сумму первых n членов геометрической прогрессии, удобнее использовать 1-ю формулу:

$$S_n = \frac{b_n \cdot q - b_1}{q - 1}$$

n — количество членов последовательности (порядковый номер),

b_1 — первый член последовательности,

b_n — n -ый член последовательности,
 q — знаменатель.

Решая задачи, удобнее использовать 2-ю формулу:

$$S_n = \frac{b_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

II. При необходимости изучите видеоматериал

<https://www.youtube.com/watch?v=0nj5a1n0AY8> (продолжительность 6:47)

https://www.youtube.com/watch?v=j1CQ_y5BPU0 (продолжительность 5:50)

<https://foxford.ru/courses/1598/lessons/34781> (продолжительность 1:19:41)

III. Рассмотрите примеры решения некоторых примеров.

Задача 1. Выписаны первые три члена геометрической прогрессии: -5; 15; -45; ...
Найдите её пятый член. Найдите сумму первых пяти её членов.

Решение:

$$b_1 = -5$$

$$b_2 = 15$$

$$b_3 = -45$$

$$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{15}{-5} = -3$$

$$b_4 = -45 \cdot (-3) = 135, \quad b_5 = 135 \cdot (-3) = -405$$

$$S_n = (-5) + 15 + (-45) + 135 + (-405) = -305$$

Ответ: $b_5 = -405$, $S_n = -305$

Задача 2. Геометрическая прогрессия задана условиями: $b_1 = -2$; $b_{n+1} = 2b_n$.
Найти b_7 и сумму первых семи её членов.

Решение:

Так как $b_{n+1} = 2b_n$, то $q = 2$. Найти нужно седьмой член, тогда $n = 7$

Известно, что $b_1 = -2$, $q = 2$, используем формулу $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, тогда

$$b_7 = -2 \cdot 2^{7-1} = -2 \cdot 2^6 = -2 \cdot 64 = -128.$$

Для нахождения суммы семи членов прогрессии, используем формулу

$$S_n = \frac{b_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}, \quad b_1 = -2, \quad q = 2, \quad n = 7, \quad \text{получим:}$$

$$S_7 = \frac{-2 \cdot (2^7 - 1)}{2 - 1} = \frac{-2 \cdot (128 - 1)}{1} = -254.$$

Ответ: $S_7 = -254$, $b_7 = -128$

Задание 3. Геометрическая прогрессия задана условием $b_n = 88 \cdot 2^n$. Найдите b_4 .

Решение: если $n = 1$, то $b_1 = 88 \cdot 2^1 = 88 \cdot 2 = 176$,

если $n = 2$, то $b_2 = 88 \cdot 2^2 = 88 \cdot 4 = 352$,

если $n = 3$, то $b_3 = 88 \cdot 2^3 = 88 \cdot 8 = 704$,

если $n = 4$, то $b_4 = 88 \cdot 2^4 = 88 \cdot 16 = 1408$.

Ответ: 1408.

Задача 4. Выписано несколько последовательных членов геометрической прогрессии. Найдите член прогрессии, обозначенный буквой x .

...; 189; x ; 21; ...

Решение:

$$b_2 = 189$$

$$b_3 = x$$

$$b_4 = 21$$

$$q^2 = \frac{b_4}{b_2} = \frac{21}{189} = \frac{1}{9} \text{ тогда } q = \frac{1}{3} \text{ или } q = -\frac{1}{3}$$

$$b_3 = 189 \cdot \left(\frac{1}{3}\right) = 63, \text{ или } b_3 = 189 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = -63$$

Ответ: 63 или -63 .

Геометрическая прогрессия задана условием ... $b_1 = 175$, $b_2 = 115$, $b_3 = 75$. Найдите b_4 .
 $b_1 = 51,5$, $b_2 = 2$. Найдите b_3 .
 $b_1 = 64,5$, $b_2 = 2$. Найдите b_3 .

Задача 5. В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна 144, а сумма второго и третьего членов равна 48. Найдите первые три члена этой прогрессии

Решение: Запишем условие задачи в виде системы уравнений:

$$\begin{cases} b_1 + b_2 = 144, \\ b_2 + b_3 = 48. \end{cases}$$

Используя формулы $b_2 = b_1 \cdot q$; $b_3 = b_1 \cdot q \cdot q = b_1 \cdot q^2$, получим

$$\begin{cases} b_1 + b_1 \cdot q = 144, \\ b_1 \cdot q + b_1 \cdot q^2 = 48. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 + b_1 \cdot q = 144, \\ q(b_1 + b_1 \cdot q) = 48; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = \frac{48}{144} = \frac{1}{3}, \\ b_1 \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) = 144; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = \frac{1}{3}, \\ b_1 = 108. \end{cases}$$

$$b_1 = 108, \quad b_2 = 144 - 108 = 36, \quad b_3 = 48 - 36 = 12.$$

Ответ: 108, 36, 12, ...

IV. Задачи для самостоятельного решения

Группа 1. Выписаны первые три члена геометрической прогрессии:

1) $-84; 42; -21; \dots$ Найдите её пятый член. Найдите сумму первых пяти её членов.

2) $-175; -140; -112; \dots$ Найдите её пятый член. Найдите сумму первых пяти её членов.

3) $-250; 150; -90; \dots$ Найдите её пятый член. Найдите сумму первых пяти её членов.

4) 7; 14; 28; ... Найдите её пятый член. Найдите сумму первых пяти её членов.

Группа 2.

1) Геометрическая прогрессия задана условиями: $b_1 = 3$; $b_{n+1} = 4b_n$ Найдите b_5 и сумму первых пяти её членов.

2) Геометрическая прогрессия задана условиями: $b_1 = -5$; $b_{n+1} = -2b_n$ Найдите b_6 и сумму первых шести её членов.

3) Геометрическая прогрессия задана условиями: $b_1 = -2\frac{1}{3}$; $b_{n+1} = -4b_n$ Найдите b_6 и сумму первых шести её членов.

4) Геометрическая прогрессия задана условиями: $b_1 = 6$; $b_{n+1} = -4b_n$ Найдите b_4 и сумму первых четырех её членов.

Группа 3.1) Геометрическая прогрессия задана условием $b_n = 62,5 \cdot 2^n$. Найдите b_4 .

2) Геометрическая прогрессия задана условием $b_n = 40 \cdot (-2)^n$. Найдите b_5 .

3) Геометрическая прогрессия задана условием $b_n = -175 \cdot (0,2)^n$. Найдите b_3 .

4) Геометрическая прогрессия задана условием $b_n = 81 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^n$. Найдите b_3 .

Группа 4. Выписано несколько последовательных членов геометрической прогрессии. Найдите член прогрессии, обозначенный буквой x .

1) ...; 162; x ; 18; ...

2) ...; -3; x ; -27; ...

3) ...; -1; x ; -49; ...

4) ...; -6; x ; -24; ...

Задача 5. В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна...

1) 75, а сумма второго и третьего членов равна 150. Найдите первые три члена этой прогрессии.

2) 200, а сумма второго и третьего членов равна 50. Найдите первые три члена этой прогрессии

3) 144, а сумма второго и третьего членов равна 48. Найдите первые три члена этой прогрессии

V. Более сложные задачи. (вторая часть ОГЭ)

Задача 6. Карабас Барабас в первый год работы кукольного театра получил прибыль в размере 5000 золотых. Каждый следующий год его прибыль увеличивалась на 300% по сравнению с предыдущим годом. Сколько золотых заработал Карабас Барабас за третий год?

Решение.

Поскольку каждый год прибыль увеличивалась на 300%, она увеличивалась в 4 раза по сравнению с предыдущим годом (100% изначального дохода + 300% увеличения). Следовательно, перед нами геометрическая прогрессия.

Известно, что $b_1 = 5000$, $q = 4$, используем формулу $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, тогда

$$b_4 = 5000 \cdot 4^{3-1} = 5000 \cdot 4^2 = 5000 \cdot 16 = 80000 \text{ золотых.}$$

Ответ: 80000 золотых.

Группа 6. Задачи для самостоятельного решения

1) Кот Матроскин от своей коровы Мурки получил в 2000 году 5 000 литров молока. Каждый следующий год удой увеличивалась на 7% по сравнению с предыдущим годом. Сколько литров молока составил удой за 2002 год?

2) Шарик, получив в подарок фоторужье, в 1980 сделал 1400 фотографий. Каждый следующий год, по мере увеличения опыта, число сделанных им фотографий увеличивалась на 16% по сравнению с предыдущим годом. Сколько рублей фотографий сделал Шарик за 1984 год?

3) Скрудж Макдак получил в 1991 году прибыль в размере 1100000 рублей. Каждый следующий год его прибыль увеличивалась на 42% по сравнению с предыдущим годом. Сколько рублей заработал Скрудж Макдак за 1996 год?

4) Бизнесмен Бубликов получил в 2000 году прибыль в размере 1300000 рублей. Каждый следующий год его прибыль увеличивалась на 7% по сравнению с предыдущим годом. Сколько рублей заработал Бубликов за 2002 год?

VI. Задачи только для любителей математики. Геометрическая прогрессия в истории обмана ...

Задача 1. Организатор финансовой пирамиды начинает вовлекать в свою организацию и говорит, что, если внести указанную плату по указанным адресам по 1 рублю, а затем заплатить ещё по 5 таким же адресам, вычеркнув первый адрес и дописав свой последним, то через некоторое время вы получите уйму денег. Хотя желающих разбогатеть по щучьему велению немало, но в выигрыше оказываются только учредители такой игры. Почему?

Решение.

Дело в том, что число участников увеличивается в 5 раз с каждым кругом. Если пятёрка устроителей подпишет, допустим, 120 человек со своими адресами, то в первом круге участвуют 120 человек, во втором – 600, в третьем – 3 000, ..., в десятом – 234 375 000 человек; это намного больше населения страны.

Ответ: Так что участник, включившийся в восьмом или девятом круге, уже ничего не получит.

Задача 2. Приходит как-то раз к одному богатому купцу мужик и предлагает сделку. Давай, говорит, в течение месяца я буду приносить тебе каждое утро по 100 000 руб., а ты мне взамен в первый день отдашь 1 коп., а в каждый последующий в 2 раза больше. Во второй день - 2 коп., в третий - 4 коп. и т.д.» Подумал купец и подписал договор. Кому выгодна сделка?

Решение: Сумма, которую получит купец $S=100\ 000\text{руб} \cdot 30\text{дней}=3\ 000\ 000\text{руб}$ Сумма, которую получит мужик

1-ый день-1 коп	9-ый день-256 коп
2-ой день-2 коп	10-ый день-512 коп
3-ий день-4 коп	11-ый день-1 024 коп
4-ый день-8 коп	12-ый день-2 048 коп
5-ый день-16 коп	13-ый день-4 096 коп
6-ой день-32 коп	14-ый день-8 192 коп
7-ой день-64 коп	15-ый день-16 384 коп
8-ой день-128 коп	

Получаем: $b_1 = 1$; $q = 2$ Найти: $S_{30} - ?$ Тогда $S_{30} = 10\,737\,418$ руб. 23 коп.

Купец получил – 3 000 000 р, мужик – 10 737 418 р. 23 коп., разница составляет – 7 737 418 руб. 23 коп.

Ответ: прибыль получил мужик.

...и биологии.

Задача 3. Бактерия, попав в живой организм, к концу 20-й минуты делится на две бактерии, каждая из них к концу следующих 20 минут делится опять на две и т.д. Найдите число бактерий, образующихся из одной бактерии к концу суток.

Решение:

В сутках 1 440 минут, каждые двадцать минут появляется новое поколение, то есть - за сутки 72 поколения.

По формуле суммы n первых членов геометрической прогрессии, у которой $b_1=1$, $q=2$, $n=72$, находим, что

$$S_{72} = 2^{72} - 1 = 4\,722\,366\,482\,869\,645\,213\,696 - 1 = 4\,722\,366\,482\,869\,645\,213\,695.$$

Ответ: 4 722 366 482 869 645 213 695

Ответы на задания и решения высылать на электронную почту ddut_maths@rambler.ru